

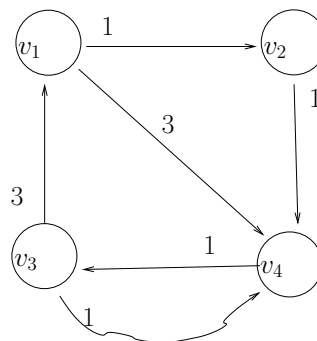


Stof

- slides college 11
- boek 1.5
- boek 7.1, 7.2

Opgaven

1. Wat gebeurt er als we aan de stack behalve de operatie **multipop** ook een operatie **multipush**(k, e) toevoegen, waarbij we k keer het element e aan de stack toevoegen - is de amortized complexiteit van de operaties dan nog steeds in $\mathcal{O}(1)$?
2. Observatie: voor $i = 0, \dots, k - 1$ geldt dat bit $A[i]$ (in de array-weergave) $\lfloor \frac{n}{2^i} \rfloor$ wisselt, in een rijte van n keer toepassen van **increment** met startwaarde 0. Ga na dat (of) de observatie klopt, en gebruik deze voor het berekenen van de amortized complexiteit van **increment** van de binary counter (met de aggregate methode).
3. Geef de amortized complexiteit van de **increment** operatie van de binary counter, gebruikmakend van de accounting methode. (Dus: geef costs en geef charges.)
4. Bekijk opnieuw opgave 3 uit werkcollege 2. Geef de amortized complexiteit van de operaties **enqueue** en **dequeue** uit de implementatie van een queue met twee stacks. Gebruik de aggregate methode, en de accounting methode.
5. Pas het dynamic programming algoritme om alle kortste paden te vinden toe op de volgende graaf:



6. Stel we voeren een rijtje van n operaties uit met de volgende kosten: operatie i kost i als i een 2-macht, en operatie i kost 1 anders. Bepaal de amortized cost per operatie, zowel met de aggregate methode als met de accounting methode.
7. (Dit is ongeveer opgave R-6.2.)
Gegeven is een simpele samenhangende graaf met n knopen en m kanten. Leg uit waarom $\mathcal{O}(\log(m))$ is $\mathcal{O}(\log(n))$.
8. (Dit is ongeveer opgave R-7.3.)
Leg uit hoe Dijkstra's algoritme aangepast kan worden zo dat de output niet alleen de afstand van input-knoop v tot elke andere knoop u is, maar daarnaast ook een boom T met daarin de kortste paden.
9. (Dit is ongeveer opgave C-7.2.)
Geef een gewogen gerichte graaf met negatieve gewichten waarvoor het algoritme van Dijkstra niet correct werkt
10. (Dit is ongeveer opgave R-7.4.)
Bekijk het Bellman-Ford algoritme zoals in het boek. Geef een voorbeeld van een graaf met drie knopen waarvoor het algoritme de cykel met gewicht (0 of) -1 vindt.
11. Laat zien dat het aantal cykelvrije paden van knoop u naar knoop v exponentieel kan zijn in het aantal knopen van de graaf.
12. (Extra; status extra puzzel opgave)
Gegeven een gewogen ongerichte graaf $G = (V, E)$ is een *opspannende boom* een boom die alle knopen van G bevat. Een *minimale* opspannende boom is een opspannende boom waarbij de som van de gewichten van de takken minimaal is.
Setting: een gewogen ongerichte graaf. Geef voor een gewogen ongerichte graaf $G = (V, E)$ een (lineair?) algoritme om *een* opspannende boom te bepalen.
Valt dit algoritme uit te breiden naar een algoritme om *alle* opspannende bomen van een graaf te geven?