



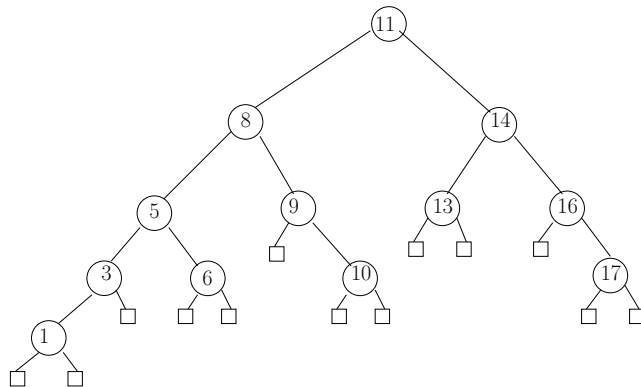
Stof

- slides college 5
- boek 3.1, 3.2

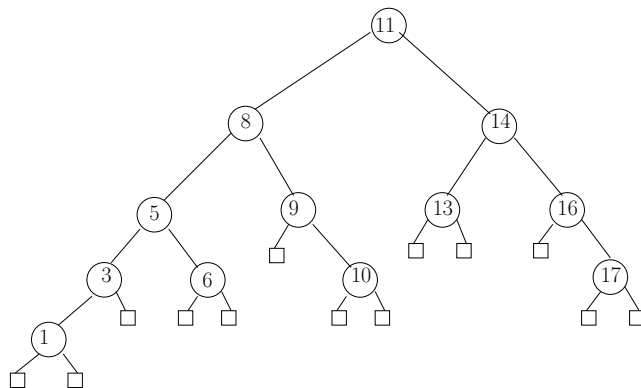
Opgaven

1. Geef een binaire zoekboom met 7 knopen met de keys 1, 4, 5, 10, 16, 17, 21. Zijn er meer mogelijkheden?
2. Geef voor elk van de volgende uitspraken of een kort argument waarom hij waar is, of een tegenvoorbeeld waaruit blijkt dat hij niet waar is.
 - (a) Er is een binaire zoekboom die ook een min-heap is.
 - (b) Er is een binaire zoekboom die ook een max-heap is.
 - (c) Elke binaire zoekboom is een min-heap.
 - (d) Elke min-heap is een binaire zoekboom.
3. Wat is de tijdscomplexiteit van de recursieve algoritmes voor preorder, inorder, postorder traversal?
4. Stel we hebben een binaire zoekboom met knopen met keys de getallen van 1 tot en met 1000. We zoeken een knoop met key 363. Welk van de hieronder gegeven rijtjes kan *niet* een rijtje van keys van de knopen zijn op het pad van de wortel naar de gezochte 363?
 - (a) 2, 252, 401, 398, 330, 344, 397, 363.
 - (b) 924, 220, 911, 244, 898, 258, 362, 363.
 - (c) 925, 202, 911, 240, 912, 245, 363.
 - (d) 2, 399, 387, 219, 266, 382, 381, 278, 363.
 - (e) 935, 278, 347, 621, 299, 392, 358, 363.
5. Stel dat we de definitie van binaire zoekboom aanpassen door te eisen dat we in de linker-subboom van een knoop met key k alleen keys echt kleiner dan k hebben, en in de rechter-subboom keys kleiner-gelijk k . Hoe ziet een binaire zoekboom bestaande uit zeven zevens er dan uit?
6. Geef pseudo-code voor het vinden van de knoop met de kleinste key in de sub-boom beginnend met knoop v .
Geef pseudo-code voor het vinden van de knoop met de grootste key in de sub-boom beginnend met knoop n .

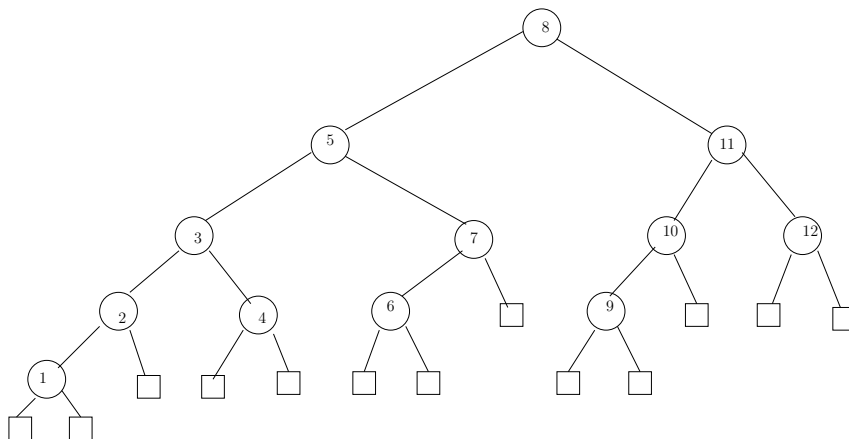
7. (Dit is ongeveer opgave R-3.2.)
Geef een kleinste voorbeeld waaruit blijkt dat de volgorde waarin we getallen toevoegen aan een initieel lege binaire zoekboom uitmaakt voor het eindresultaat.
8. Kun je een binaire zoekboom gebruiken om het ADT van priority queues te implementeren? Zo ja, schets hoe.
9. Hoeveel binaire zoekbomen met keys 1, 2, 3, 4 zijn er? Is het voor de vraag relevant wat de keys zijn? Is het voor de vraag relevant dat het een binaire zoekboom is?
10. (Dit is ongeveer opgave R-3.1)
Maak een binaire zoekboom door beginnend met de lege boom de volgende getallen (in deze volgorde) één voor één toe te voegen: 5, 6, 3, 8, 7, 4, 1, 2.
11. Voeg 4 toe aan de volgende binaire zoekboom, en vervolgens 14:



12. Verwijder 6 uit de volgende binaire zoekboom, en verwijder vervolgens 14:

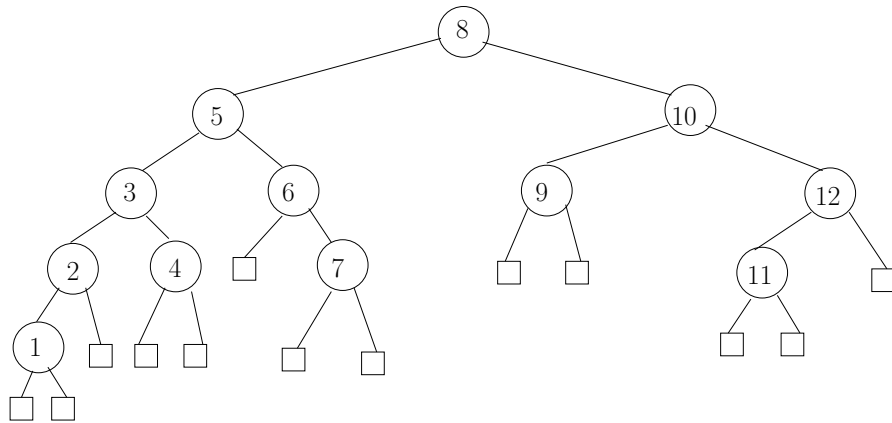


13. We kunnen een rijtje sorteren als volgt: maak een binaire zoekboom met keys de elementen van het rijtje (gebruik de toevoegen-operatie voor binaire zoekbomen en voeg een-voor-een toe); loop vervolgens met in-order door de boom heen om de keys te printen. Wat zijn de best-case en worst-case tijdscomplexiteit van dit sorteeralgoritme?
14. Laat zien dat de volgorde waarin we keys toevoegen aan een AVL boom ertoe doet.
15. Teken de AVL-boom die verkregen wordt door een item met key 52 toe te voegen aan de boom in Fig. 3.15b.
16. Teken de AVL-boom die verkregen wordt door het item met key 62 te verwijderen uit de boom in Fig. 3.15b.
17. Geef een klein voorbeeld van een toevoeging aan een AVL boom waardoor een ongebalanceerde boom van type rechts-rechts ontstaat.
Herbalanceer de boom.
(Analoog aan links-links op de slides van college 5.)
18. Geef een klein voorbeeld van een toevoeging aan een AVL boom waardoor een ongebalanceerde boom van type rechts-links ontstaat.
Herbalanceer de boom.
(Analoog aan links-rechts op de slides van college 5.)
19. Geef een klein voorbeeld van een verwijdering uit een AVL boom waardoor een ongebalanceerde boom van type rechts bestaat.
Herbalanceer de boom.
(Analoog aan links op de slides van college 5.)
20. Gegeven is de volgende AVL-boom:



Verwijder de knoop met key 8. (Geef stap voor stap aan hoe dit gaat.)
 Voeg een knoop met key 9 toe. (Geef stap voor stap aan hoe dit gaat.)
 Wat is het resultaat van eerst 9 toevoegen en dan 8 verwijderen?

21. Verwijder de knoop met key 9 uit de volgende AVL boom (zie ook slides college 5):



22. Geef een voorbeeld waaruit blijkt dat het verschil in diepte tussen twee externe knopen in een AVL boom groter dan 2 kan zijn.
23. (* extra opgave) (Dit is ongeveer opgave C-3.12.)
 Bewijs: door het uitvoeren van de operatie *removeAboveExternal* in een AVL boom raakt ten hoogste één knoop uit balans.
24. (* extra opgave) (Dit is ongeveer opgaven C-3.13.)
 Bewijs: Na het toevoegen van een knoop aan een AVL boom is ten hoogste één herbalanceer-stap nodig om de balans te herstellen.
25. (Dit is ongeveer opgave C-3.9.)
 Als we in een AVL-boom de operatie *expandAboveExternal* uitvoeren in *insertItem*, dan kunnen er knopen op het pad naar de wortel uit balans raken. Het kunnen er meer dan één zijn, en het is mogelijk dat ze niet direct op elkaar volgen (dwz er zit een knoop tussen die wel in balans is). Laat dit zien.
26. Los de volgende recurrente betrekking voor de complexiteit van een algoritme voor de torens van Hanoi op:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{als } n = 1 \\ 2T(n-1) + 1 & \end{cases}$$