



Stof

- slides college 7
- boek 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7

Opgaven

1. Representeer de getallen in de rij

10 7 15 1 5 11

in het getalsysteem met basis 4 en sorteer ze vervolgens met radix-sort.

2. (Dit is ongeveer opgave R-4.15/R-4.16.)

Is bucket sort in-place?

3. (Dit is ongeveer opgave C-4.14 uit het boek.)

Sorteer een rij ter lengte n van getallen uit de range $[0, n^2 - 1]$ met een tijdscomplexiteit $\mathcal{O}(n)$. Hint: gebruik radix sort en een slimme getalrepresentatie.

4. Beschrijf (mag maar hoeft niet in pseudo-code) een alternatief algoritme voor lexicographic sort waarbij je begint met het sorteren van de meest belangrijke dimensie (de eerste). In de volgende iteratie worden de subrijtjes met hetzelfde getal op de eerste dimensie bekeken, en gesorteerd op het tweede getal. Enzovoort. Bij het voorbeeld van de slides van college 7 werkt dit als volgt:

$$\begin{array}{ccc} (1, 3) & (2, 2) & (1, 1) \\ \rightarrow & & \\ (1, 3) & (1, 1) & (2, 2) \end{array}$$

dan:

$$\begin{array}{cc} (1, 3) & (1, 1) \\ \rightarrow & \\ (1, 1) & (1, 3) \end{array}$$

dan weer samenvoegen:

$$(1, 1) \quad (1, 3) \quad (2, 2)$$

Wat is de worst-case tijdscomplexiteit van dit algoritme? Wat is de best-case tijdscomplexiteit (vergelijk ook met het algoritme uit het boek)?

5. (Dit is ongeveer opgave C-4.16.)
Gegeven zijn k rijtjes S_1, \dots, S_k van getallen uit de range $[1, N - 1]$ voor zekere $N \geq 2$. De rijtjes bevatten samen n getallen. Geef een algoritme (hoeft niet in pseudo-code) in $\mathcal{O}(n + N)$ om alle rijtjes (apart) te sorteren.
6. (Dit is ongeveer opgave R-4.15.)
Gegeven is een rijtje S van tripels (k, l, m) met $k, l, m \in [0, N - 1]$ voor zekere $N \geq 2$. Geef een radix-sort methode om S lexicografisch te sorteren.
Hoe kan je dit generaliseren naar d -tupels in plaats van tripels?
7. (Dit is ongeveer opgave R-4.18.)
Laat zien dat de worst-case tijdscomplexiteit van *quickSelect* in $\mathcal{O}(n^2)$ is.
8. Laat zien dat de verwachte tijdscomplexiteit van randomized *quickSelect* in $\mathcal{O}(n)$ is.

Over getalrepresentatie

In het dagelijks leven gebruiken we een positioneel getalsysteem met basis (ook wel grondtal, of radix, genoemd) 10. We gebruiken 10 cijfers (ook wel digits genoemd): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Elk getal wordt nu op een unieke manier weergegeven door een rijtje van cijfers. Van rechts naar links lezend geeft het cijfer op positie 0 aan hoe vaak we de 0-de macht van 10 moeten nemen, het cijfer op positie 1 geeft aan hoe vaak we de 1-ste macht van 10 moeten nemen, enzovoorts, en dat alles optellend geeft het getal waar het om gaat.

Bijvoorbeeld: het getal 7053 is:

$$\begin{aligned}
 3 \times 10^0 &= 3 \\
 5 \times 10^1 &= 50 \\
 0 \times 10^2 &= 0 \\
 7 \times 10^3 &= 7000
 \end{aligned}$$

Binaire getallen krijgen we door basis 2 te nemen. De cijfers (digits) zijn dan: 0, 1. Het getal 1011011 is dan:

$$\begin{aligned}
 1 \times 2^0 &= 1 \\
 1 \times 2^1 &= 2 \\
 0 \times 2^2 &= 0 \\
 1 \times 2^3 &= 8 \\
 1 \times 2^4 &= 16 \\
 0 \times 2^5 &= 0 \\
 1 \times 2^6 &= 64
 \end{aligned}$$

oftewel 91 in de gebruikelijke notatie.

Voor het getalsysteem met basis 16 gebruiken we als cijfers (digits):
 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F$. Het getal $B9A$ is dan:

$$\begin{aligned} 10 \times 16^0 &= 16 \\ 9 \times 16^1 &= 144 \\ 11 \times 16^2 &= 2816 \end{aligned}$$

oftewel 2970 in de gebruikelijke notatie.