



Stof

- slides college 8
- boek 5.2, begin van 5.1

Opgaven

1. Geef pseudo-code voor het algoritme `maxSubArray`; je mag de hulpprocedure van de slides als gegeven beschouwen.
2. Wat doet het algoritme `maxSubArray` als alle elementen van het array negatief zijn?
3. Geef pseudo-code voor het algoritme `maxSubArray` met de brute-force methode in $\Theta(n^2)$.
4. Laat zien dat $T(n) = T(n-1) + n \in \mathcal{O}(n^2)$. Hier en bij de volgende recurrente betrekkingen nemen we $T(1) = 1$.
5. Laat zien dat $T(n) = T(\lceil \frac{n}{2} \rceil) + 1 \in \mathcal{O}(\log(n))$.
6. Laat zien dat $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n \in \mathcal{O}(n^2)$.
(Dit is de recurrente betrekking voor integer vermenigvuldiging met naieve verdeel-en-heers.)
7. Laat zien dat $T(n) = 3T(\frac{n}{2}) + n \in \mathcal{O}(n^{\log(3)})$.
(Dit is de recurrente betrekking voor integer vermenigvuldiging à la Karatsuba.)
8. Laat zien dat $T(n) = 8T(\frac{n}{2}) + n^2 \in \mathcal{O}(n^3)$.
(Dit is de recurrente betrekking voor matrix vermenigvuldiging met naieve verdeel-en-heers.)
9. Laat zien dat $T(n) = 7T(\frac{n}{2}) \in \mathcal{O}(n^{\log(7)})$.
(Dit is de recurrente betrekking voor matrix vermenigvuldiging à la Strassen.)
10. (Dit is ongeveer opgave R-5.5.)
Pas de methode van Karatsuba voor het vermenigvuldigen van twee binaire getallen (college 10, slide 9) toe op $A = 10110011$ en $B = 10111010$.

11. Pas de methode van Strassen toe om het product te berekenen van

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

12. Gegeven is een verzameling van n klanten van een postkantoor, waarbij elke klant i een tijd t_i aan de balie nodig heeft. Geef een (greedy) algoritme dat een volgorde van de klanten bepaalt, zó dat de som van de tijden die de klanten op het postkantoor doorbrengen minimaal is.

Voorbeeld: drie klanten met $t_1 = 5$, $t_2 = 10$, $t_3 = 3$. Er zijn $3! = 6$ verschillende volgordes mogelijk. Een mogelijke volgorde is 123 met totale tijd $5 + (5 + 10) + (5 + 10 + 3) = 38$. Een andere mogelijke volgorde is 321 met totale tijd $3 + (3 + 10) + (3 + 10 + 5) = 34$.