

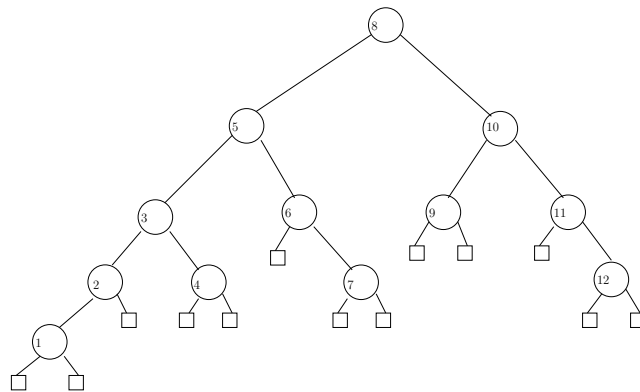
herkansing datastructuren 4 februari 2008

**Opgave 1.**

- (a) Geef in een plaatje een (echte) binaire boom met hoogte 4 en een minimum aantal externe knopen.  
(3 punten)
- (b) Beschrijf hoe je de operaties enqueue en dequeue van het ADT voor queues kunt implementeren met twee stacks  $S_1$  en  $S_2$ .  
(5 punten)
- (c) Geef een niet-recursief algoritme voor in-order traversal.  
(8 punten)

**Opgave 2.**

- (a) Geef in een plaatje een voorbeeld van een binaire zoekboom die geen AVL-boom is. Leg uit waarom je voorbeeld geen AVL-boom is.  
(3 punten)
- (b) Gegeven is de volgende AVL-boom:



Geef met plaatjes stap voor stap aan hoe de knoop met label 9 verwijderd wordt. Geef in je plaatjes steeds aan welke knoop niet in balans is, en welke knopen een rol spelen in de rotatie.

(8 punten)

### Opgave 3.

- (a) Gegeven is het volgende algoritme:

```
Algorithm Loop(n):  
s ← 0  
for i ← 1 to 2n do  
  for j ← 1 to i do  
    s ← s+i
```

Geef een precieze karakterisering ( $\Theta$ ) van de tijdscomplexiteit van Loop. Motiveer je antwoord.

(5 punten)

- (b) Geef de merge-boom voor het uitvoeren van merge-sort op de input

1 9 8 5 2 7 4 3 6

(5 punten)

- (c) Beschrijf een methode om te bepalen of er in een gegeven rij van  $n$  elementen twee opeenvolgende elementen voorkomen (dus zowel  $i$  als  $i + 1$  zitten in de rij, voor zekere  $i \in \mathbb{N}$ ). Geef de tijdscomplexiteit van je methode met motivatie.

(6 punten)

### Opgave 4.

- (a) Gegeven zijn 5 items met benefit-gewicht waarden als volgt:

(12, 4) (32, 8) (40, 2) (30, 6) (50, 1)

en gegeven is een totaal gewicht  $W = 10$ .

Pas het algoritme voor fractional knapsack toe; geef je volledige berekening.

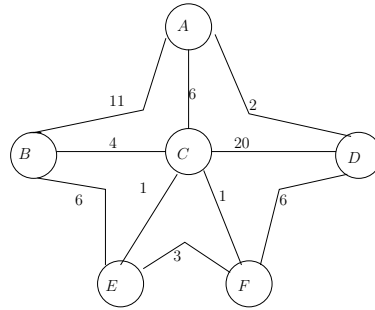
(8 punten)

- (b) Geef een voorbeeld waaruit blijkt dat het greedy fractional knapsack algoritme niet altijd een optimale oplossing levert voor het 0/1 knapsack probleem. Leg je voorbeeld duidelijk uit.

(7 punten)

**Opgave 5.**

- (a) Beschrijf stap voor stap (geef ook expliciet de  $D$ -waarden) het toepassen van Dijkstra's kortste pad algoritme met als input de volgende ongerichte graaf en startpunt  $A$ :



(9 punten)

- (b) Leg informeel maar in detail uit waarom het algoritme van Prim-Jarník (dat gegeven een graaf een minimale opspannende boom vindt) correct is.  
(7 punten)

**Opgave 6.**

- (a) Leg uit waarom de tijdscomplexiteit van het brute-force pattern-matching algoritme in  $O(nm)$  is, met  $n$  de lengte van de tekst en  $m$  de lengte van het patroon.  
(5 punten)
- (b) Gegeven zijn het patroon  $P$  en de tekst  $T$ :

$$\begin{aligned} P &= abc \\ T &= acbabaabacabc \end{aligned}$$

Geef de failure functie van  $P$ .

(3 punten)

- (c) Pas het Knuth-Morris-Pratt pattern-matching algoritme toe op  $P$  en  $T$  zoals gegeven in 6(b). Geef stap voor stap aan wat er gebeurt.  
(8 punten)

*Het cijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.*