

tentamen datastructuren en algoritmen 26 oktober 2010

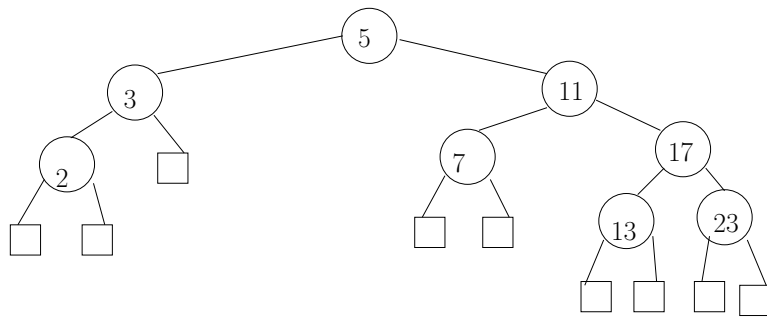
veel succes !

Opgave 1. Deze opgave gaat over AVL-bomen.

(a) Geef in een plaatje een voorbeeld van een binaire zoekboom die geen AVL-boom is, en geef aan waarom je voorbeeld geen AVL-boom is.

(4 punten)

(b) Gegeven is de volgende AVL-boom:



Geef met plaatjes stap voor stap aan hoe een knoop met key 29 wordt toegevoegd.

(5 punten)

Opgave 2. Deze opgave gaat over hashing.

Maak een hash-tabel van grootte 11. Gebruik de hash-functie $h(k) = k \bmod 11$. Voeg de volgende getallen (in deze volgorde) toe aan de initeel lege hash-tabel:

24, 17, 2, 13, 3, 15

Los collision op met linear probing.

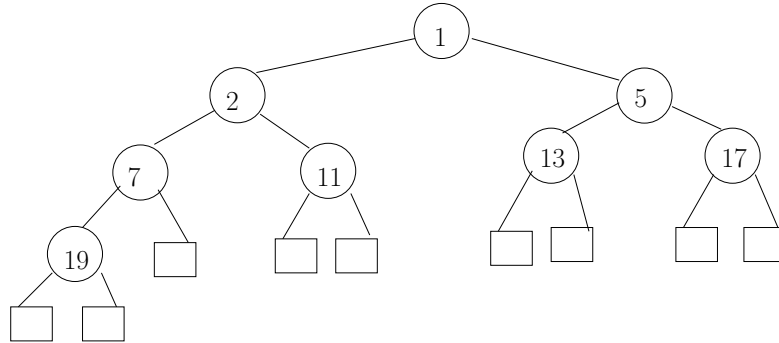
(5 punten)

Opgave 3. Deze opgave gaat over heaps en priority queues.

(a) Geef in een plaatje een voorbeeld van een binaire boom die geen heap is, en geef aan waarom je voorbeeld geen heap is.

(4 punten)

- (b) Verwijder de key 1 uit de volgende heap (geef alleen het eindresultaat):



(5 punten)

- (c) We bekijken een priority queue van lengte n .

Wat is de tijdscomplexiteit in termen van grote- \mathcal{O} van de operaties toevoegen aan en verwijderen uit, als de priority queue geïmplementeerd is als ongesorteerde lijst? (Licht je antwoord kort toe.)

En wat is de de tijdscomplexiteit in termen van grote- \mathcal{O} van de operaties toevoegen aan en verwijderen uit, als de priority queue geïmplementeerd is als heap? (Licht je antwoord kort toe.)

(6 punten)

Opgave 4. Deze opgave gaat over binaire bomen en traversals.

- (a) Gegeven is dat de preorder traversal van een binaire boom B de rij 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 oplevert. Geef drie verschillende mogelijkheden voor B .

(5 punten)

- (b) Behalve de gegevens uit de vorige deelvraag is nu bovendien bekend dat de inorder traversal van B de rij 5, 3, 7, 2, 13, 11, 17 oplevert. Wat is B ? Zijn er meer mogelijkheden voor B ? Waarom (niet)?

(4 punten)

- (c) Geef een algoritme (mag maar hoeft niet in pseudo-code) voor level-order traversal van een binaire boom. In je algoritme mag je gebruikmaken van bekende data-structuren zoals queues.

(6 punten)

Opgave 5. Deze opgave gaat over sorteren.

- (a) Geef de quicksort-boom voor het sorteren van de rij
8, 5, 2, 7, 1, 3, 4, 6, 9; gebruik als pivot steeds het laatste element.
(5 punten)
- (b) We bekijken quicksort waarbij als pivot steeds het middelste element (of dat net links van het midden, bij een even aantal) van de input-rij wordt gekozen. Geef een voorbeeld (bijvoorbeeld van lengte 7) waaruit blijkt dat de worst-case tijdscomplexiteit in $\mathcal{O}(n^2)$ is.
(5 punten)
- (c) De recurrente betrekking die bij merge-sort hoort is:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{als } n = 1 \\ 2T(\frac{n}{2}) + n & \text{als } n > 1 \end{cases}$$

Los deze recurrente betrekking op, en geef aan wat dus de tijdscomplexiteit van merge-sort is in termen van grote- \mathcal{O} .

(5 punten)

Opgave 6. Deze opgave gaat over pattern matching en tekst-compressie.

- (a) Gegeven zijn de tekst T en het patroon P als volgt:

$$\begin{aligned} T &= abababdcabababcabbadab \\ P &= ababcab \end{aligned}$$

Bepaal de *last*-functie, van het Boyer-Moore pattern-matching algoritme, voor het patroon P en het alfabet a, b, c, d .

(5 punten)

- (b) Beschrijf stap voor stap het toepassen van het Boyer-Moore pattern-matching algoritme op patroon P en tekst T zoals in de vorige deel-opgaven; nummer de stappen.
(5 punten)
- (c) Maak een frequentie-tabel en vervolgens een Huffman-coderingsboom voor eyjafjallajokul.
(5 punten)

Opgave 7. Een gemengde opgave.

- (a) Pas het algoritme voor knapsack01 toe op de volgende verzameling S , met items s_i met benefit b_i en gewicht w_i :

	b	w
s_1	2	1
s_2	5	3
s_3	4	2

met maximaal totaalgewicht $W = 4$.

Geef je antwoord in de vorm van een tabel:

$k \setminus w$...
\vdots	

en licht de waarde van één hokje in de tabel (naar keuze, maar met waarde ongelijk 0) toe.

(5 punten)

- (b) We hebben programma's P_1, \dots, P_n met s_i het aantal megabytes van programma P_i . We hebben een schijf met capaciteit C , kleiner dan de som van de s_i 's.

Kunnen we een greedy algoritme gebruiken om zoveel mogelijk programma's op de schijf op te slaan? Zo ja, geef (kort) het idee van het algoritme. Zo nee, geef (kort) aan waarom zo'n algoritme niet bestaat.

Kunnen we een greedy algoritme gebruiken om zoveel mogelijk megabytes van de schijf te gebruiken? Zo ja, geef (kort) het idee van het algoritme. Zo nee, geef (kort) aan waarom zo'n algoritme niet bestaat.

(6 punten)

- (c) Gegeven een rij A zoeken we een zo lang mogelijke deelrij die niet-dalend is. Een deelrij wordt gevonden door met behoud van volgorde elementen uit de oorspronkelijke rij te kiezen. Bijvoorbeeld: $(2, 3, 4)$ en $(2, 3, 6)$ zijn langste niet-dalende deelrijen van $(9, 5, 2, 8, 7, 3, 1, 6, 4)$.

Geef een dynamic-programming algoritme dat als input neemt een array A met gehele positieve getallen, en dat als output geeft een langste niet-dalende deelrij van A .

(5 punten)

Het cijfer is (het totaal aantal punten plus 10) gedeeld door 10.