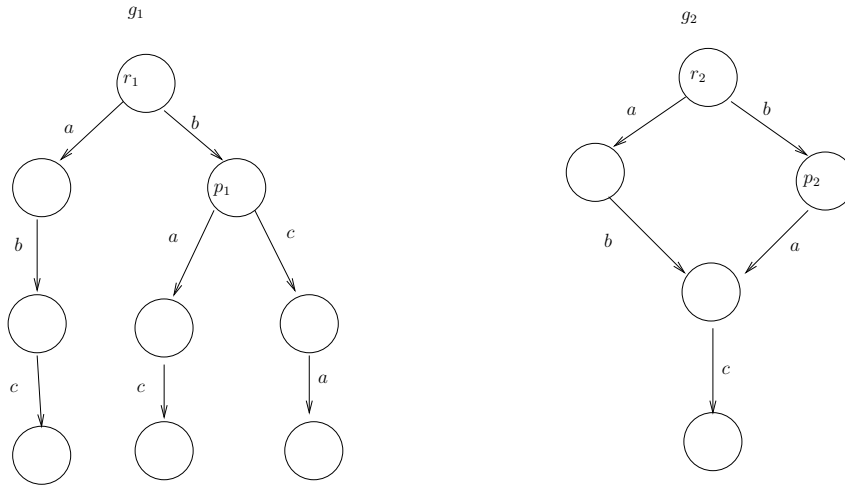


**uitwerkingen opgaven formele structuren 2007 - 2008 week 5:
procesalgebra**

1. $PA \not\vdash a \parallel bc = (a \parallel b)c$. De procesgrafen van g_1 van $a \parallel bc$ en g_2 van $(a \parallel b)c$ staan hieronder:



Stel dat er een bisimulatie R bestaat tussen g_1 en g_2 . De wortels moeten gerelateerd zijn via R . Vanuit r_1 is een b -stap mogelijk naar de knoop die we p noemen. De knoop p_1 moet via R gerelateerd zijn aan de knoop p_2 in g_2 . Er is geen andere kandidaat voor een aan p_1 gerelateerde knoop. Vanuit p_1 is een c -stap mogelijk, maar vanuit p_2 niet. Dus er kan geen bisimulatie tussen g_1 en g_2 worden geconstrueerd. Er volgt dan ook dat de gelijkheid $a \parallel bc = (a \parallel b)c$ niet afleidbaar is in PA, oftewel $PA \not\vdash a \parallel bc = (a \parallel b)c$.

2. $PA \vdash ab \parallel b = (a \parallel b)b$, We werken de linkerkant uit tot basisprocestermen:

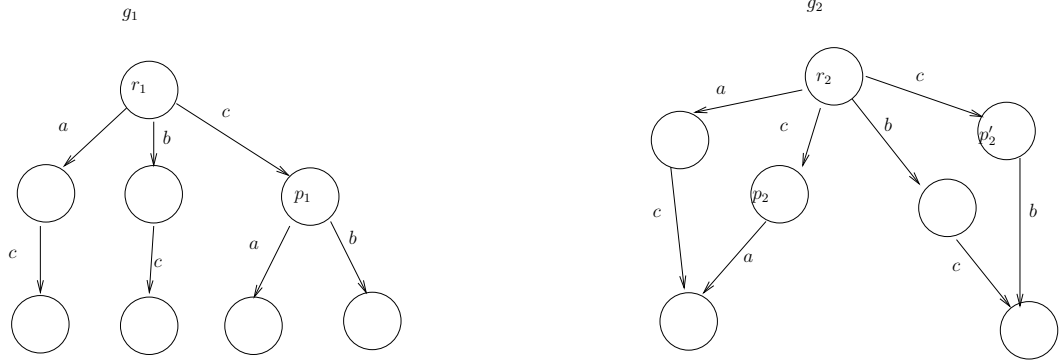
$$\begin{aligned} (ab \parallel b) &= ab \parallel b + b \parallel ab \\ &= a(b \parallel b) + bab \\ &= abb + bab \end{aligned}$$

We werken de rechterkant uit tot basisprocesterm:

$$\begin{aligned} (a \parallel b)b &= (ab + ba)b \\ &= abb + bab \end{aligned}$$

Omdat de basisprocestermen gelijk zijn concluderen we $PA \vdash ab \parallel b = (a \parallel b)b$.

3. $PA \not\vdash (a + b) \parallel c = (a \parallel c) + (b \parallel c)$. De procesgraf g_1 van $(a + b) \parallel c$ en g_2 van $(a \parallel c) + (b \parallel c)$ staan hieronder.



Stel dat er een bisimulatie R bestaat tussen g_1 en g_2 . De wortels moeten gerelateerd zijn via R . Vanuit r_2 zijn er twee c -stappen mogelijk: één naar een knoop die we p_2 noemen, en één naar een knoop die we p'_2 noemen. Alletwee die c -stappen moeten via R gekoppeld worden aan de c -stap in g_1 van de wortel r_1 naar de knoop die we p_1 noemen. Dus er moet gelden $(p_1, p_2) \in R$ en ook $(p_1, p'_2) \in R$. Vanuit p_1 is een a -stap mogelijk, maar vanuit p'_2 niet. Dus zo'n bisimulatie R kan niet bestaan. Dan geldt ook dat de bijbehorende gelijkheden niet afleidbaar zijn in PA, oftewel $PA \not\vdash (a + b) \parallel c = (a \parallel c) + (b \parallel c)$.

4. $PA \vdash (a + b)c = ac + bc$. Er geldt:

$$(a + b)c = ac + ba$$