opgaven formele structuren 2007 - 2008 week 1: tellen
deadline dinsdag 12 februari 2008

Opgave 1.

(a) Hieronder zijn de functievoorschriften van de drie functies f, g, en h van $[0,1]$ naar $[0,1]$ gegeven. Geef voor elk van deze functies aan of ze injectief en/of surjectief zijn.

$$\begin{array}{l} f : x \mapsto x^2 \\ g : x \mapsto 4(x - \frac{1}{2})^2 \\ h : x \mapsto \begin{cases} 0 & \text{als } x \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{als } x > \frac{1}{2} \end{cases} \end{array}$$

(b) We definiëren $A = [0, \rightarrow)$, oftewel: A bevat alle reële getallen vanaf 0.

Geef een bijectie tussen A en $A \cup \{-1\}$.

(c) We definiëren $B = [0,1]$ en $C = [-2,-1] \cup [1,2)$.
(Het gaat hier om intervallen van reële getallen.)

Bewijs dat B en C gelijkmachtig zijn.

Opgave 2.

(a) Welke van de volgende verzamelingen zijn aftelbaar (een antwoord alleen is voldoende):

(i) de verzameling van alle rationale getallen tussen 0 en 1;
(ii) $\mathbb{R} \backslash \mathbb{Q}$;
(iii) de verzameling van alle (eindige) strings over $\{0,1\}$;
(iv) de verzameling van alle eindige rijtjes natuurlijke getallen;
(v) het interval $[0,1]$.

(b) Neem het onderstaande schema over:

	$X \cup Y$	$X \backslash Y$	$X \times Y$
X aftelbaar, Y aftelbaar			
X overaftelbaar, Y aftelbaar			
X overaftelbaar, Y overaftelbaar			

en geef in de lege hokjes aan welk van de volgende vier gevallen geldt voor de betreffende verzameling:

E : de verzameling is eindig (mag leeg zijn)
A : de verzameling is aftelbaar oneindig
O : de verzameling is overaftelbaar
? : je kunt het niet weten; het hangt van X en Y af