

Studiehandleiding

Calculus 1

voor

Econometrie

september en oktober 2010

Docent:

R.F. Swarttouw
kamer: R 4.26
rene@few.vu.nl
tel: 020 598 7787
www.few.vu.nl/~rene/

Inhoudsopgave

1	Voorwoord	3
2	Algemene inleiding	3
2.1	Calculus, wat is dat?	3
2.2	Tijdsindeling	4
2.3	Inleveropdrachten	4
2.4	Tentaminering en Beoordeling	4
2.5	Cursustijden	4
3	De stof	5
3.1	Algemeen	5
3.2	De weekindeling	5
4	Vertaling van enkele termen	10

1 Voorwoord

Het doel van deze studiehandleiding is tweeledig. Enerzijds kun je er algemene informatie vinden over het vak Calculus 1. Anderzijds worden er per les beschreven welke stof er zal worden behandeld en welke opgaven je geacht wordt te maken. Aanbevolen wordt deze handleiding eenmaal in zijn geheel door te lezen. Daarna kun je je beperken tot het doorlezen van de relevante informatie per collegeweek.

Het boek behorend bij dit vak is:

Robert A. Adams, *Calculus, A Complete Course, 7th edition*. Pearson Addison Wesley, 2010, ISBN-13 978-0-321-54928-0.

Daarnaast is er een aanvullend dictaat over Complexe Getallen en Volledige Inductie. Het dictaat kan worden gedownload vanaf mijn website: www.few.vu.nl/~rene/Onderwijs/Calculus1.html. Wat er precies uit het boek en het dictaat behandeld wordt, kun je in deze handleiding vinden in paragraaf 3.2.

2 Algemene inleiding

2.1 Calculus, wat is dat?

Het woord ‘calculus’ staat voor zoiets als ‘manier om iets uit te rekenen’, ‘rekenmethode’. In het Engels wordt het dikwijls gecombineerd met een aanduiding van het vakgebied waarop de rekenmethode van toepassing is, zoals differential calculus, vector calculus, lambda calculus, ... De benaming Calculus (zonder meer) gaat terug op Newton die een nieuwe methode had ontworpen om de beweging van lichamen wiskundig te beschrijven en te berekenen. Deze methode die we nu de differentiaal- en integraalrekening noemen, noemde Newton vanwege de grote reikwijdte ervan ‘The Calculus’.

Het leren berekenen van afgeleiden en integralen, en de toepassing daarvan op allerlei problemen, vormt dus het hart van de Calculus cursus. Omdat zowel de afgeleide als de integraal resultaat is van een limietproces (de ene bij een continue, de andere bij een discrete veranderlijke) voegt zich daar op een vanzelfsprekende manier bij het berekenen van limieten van functies en rijen.

De begrippen ‘limiet’, ‘afgeleide’, ‘integraal’, behoren inhoudelijk tot het zeer uitgebreide gebied van de ‘(Wiskundige) Analyse’. Wat tegenwoordig als calculus wordt aangeduid, kun je eigenlijk geen vakgebied noemen. Het is meer een wiskundig apparaat dat overal wordt toegepast waar maar even wiskunde nodig is. Tegenwoordig wordt daarom van alle beta- en gamma studenten verwacht dat ze een zekere kennis van calculus hebben, waarbij diepgang en accent kunnen afhangen van de afnemer.

De afgelopen jaren zijn veel calculus-technieken opgenomen in zogenaamde computer-algebra programma’s, zoals Maple en Mathematica. Menige afgeleide of integraal is zo via een druk-op-de-knop te verkrijgen. Dit ontslaat de gebruiker van de calculus dus van moeizaam rekenwerk. De toepassing van de calculus in de praktijk bestaat echter niet uit het simpelweg uitrekenen van integralen enz.; het gaat ook om het verkrijgen van het inzicht dat zekere integraal werkelijk de oplossing van het probleem is, om te weten wat te doen als Maple geen (bevredigend) antwoord geeft, enz. Daarvoor moet men meer weten van de achtergronden van het begrippen- en methoden apparaat van de Calculus. Naast de rekentruc is dit het belangrijkste doel van de cursus. Vandaar ook dat, met respect voor Maple/Mathematica en de vaak zo handige grafische rekenmachine, van de studenten zal worden gevraagd de opgaven met hand en hoofd uit te werken, wat overigens niet wegneemt dat men via de genoemde technische hulpmiddelen op een goed idee gebracht kan worden.

2.2 Tijdsindeling

Het vak Calculus 1 wordt gedurende periode 1 gedoceerd aan studenten Econometrie. Een periode bestaat uit 8 weken. In de eerste 7 weken van een periode zijn er 10 contacturen op de VU ingeroosterd. Daarvan zijn zes uur ingeroosterd als college (maandag, dinsdag en donderdag). De overige vier uur zijn doorgaans bedoeld als werkcollege (vraagstukkenpracticum), maar ook hier kan incidenteel nieuwe stof behandeld worden. In de laatste week van de periode is er een tentamen van $2\frac{3}{4}$ uur over de behandelde stof.

Voor het behalen van het vak krijg je 5 studiepunten, wat staat voor een tijdsbesteding van circa 140 uur. Hiervan zijn er al 73 ingeruimd voor de bovengenoemde activiteiten. Per week blijft er dus nog zo'n 10 uur over, die je geacht wordt thuis aan het vak te besteden. Doe dat ook!! Calculus leer je pas echt door het te doen: veel oefenen dus!!

2.3 Inleveropdrachten

Vóór het tentamen krijg je 7 inleveropdrachten, elke week 1. Als je deze minimaal 6 keer met voldoende resultaat hebt uitgevoerd, wordt je tentamencijfer met 0.5 verhoogd (tot een maximum van 10.0).

2.4 Tentaminering en Beoordeling

Je kunt voor het vak Calculus 1 slagen via het doen van een schriftelijk tentamen. Je bent geslaagd als het tentamencijfer + eventuele bonus van 0.5 punt voor de inleveropdrachten groter dan of gelijk is aan 5.5. Het eindcijfer wordt afgerond op een heel punt of half punt nauwkeurig. Cijfers tussen de 5.0 en 6.0 worden echter afgerond op een heel punt.

De tentamens vinden plaats op

Tentamen: maandag 25 oktober 2010, 08.45 - 11.30 uur,

Herkansingstentamen: maandag 10 januari 2011, 18.30 - 21.15 uur.

Bij alle tentamens geldt: **meld je tijdig aan via TIS!**

De vraagstukken die aan de orde komen tijdens het werkcollege en bij de inleveropdrachten zijn representatief voor de vraagstukken die zullen worden gesteld tijdens de tentamens.

2.5 Cursustijden

De roosterindeling van de colleges en de werkcolleges/vraagstukkenpractica is als volgt (controleer regelmatig of er roosterwijzigingen zijn via onze website: www.rooster.vu.nl/):

- College:
 - maandag 13.30-15.15 uur, zaal 02A05.
 - dinsdag 09.00-10.45 uur, zaal 08A05.
 - donderdag 13.30-15.15 uur, zaal 08A00.
- Werkcollege:
 - woensdag 11.00-12.45 uur, zaal 04A05.
 - vrijdag 13.30-15.15 uur, zaal 04A05.

3 De stof

3.1 Algemeen

In de komende paragraaf kun je het programma van elke week lezen. Je vindt daar o.a.

- Welke stof door de docent op het college wordt behandeld;
- Welke vraagstukken je na het college, en na bestudering van de stof, thuis of op het werkcollege zou moeten kunnen maken;

Opmerking: In de vraagstukentabellen in de volgende paragraaf staan altijd veel meer vraagstukken bij het werkcollege van de woensdagen dan bij dat van de vrijdagen. Dat komt omdat het werkcollege van de woensdagen volgt op twee collegedagen en dat van de vrijdag op één collegedag. In de praktijk zal blijken dat (vaak) niet alle vraagstukken op de woensdagen kunnen worden afgerond. Het werkcollege van vrijdag dient dus ook als overloop voor die van woensdag.

3.2 De weekindeling

Wat nu volgt is per week een opsomming van de paragrafen en de vraagstukken die worden behandeld. **Zorg dat je steeds goed voorbereid op een college of werkcollege verschijnt!!**

Week 1

Te behandelen stof:

- a) College maandag:
 1. Adams, Section P.1: Real numbers and the real line.
 2. Adams, Section P.4: Functions and their graphs.
 3. Adams, Section P.5: Combining Functions to make new functions.
- b) College dinsdag:
 1. Adams, Section P.6: Polynomials and rational functions.
 2. Adams, Section P.7: The trigonometric functions.
- c) College donderdag:
 1. Complex, H1: Invoering complexe getallen.
 2. Complex, H2: Rekenen met complexe getallen.
 3. Complex, H3: Het complexe vlak, poolcoördinaten, modulus en argument.

Vraagstukken week 1:

Theorie	Huiswerk/Werkcollege woensdag	Huiswerk/Werkcollege vrijdag
Adams P.1	19, 25, 37, 45	
Adams P.4	5, 6, 7, 13, 17	
Adams P.5	6, 7, 23, 25, 27, 31	
Adams P.6	2, 6, 13, 14	
Adams P.7	1, 4, 7, 13, 15, 25, 28, 30	
Complex H1		1.1bdfhj, 1.2bdfhj
Complex H2		2.1abfg, 2.2acjmq, 2.3, 2.4
Complex H3		3.1abc, 3.2abc, 3.4, 3.5

Week 2

Te behandelen stof:

- a) College maandag:
1. Complex, H4: Vermenigvuldigen en delen in termen van modulus en argument.
 2. Complex, H5: De Moivre's stelling.
 3. Complex, H6: Oplossen van vergelijkingen.
- b) College dinsdag:
1. Complex, H7: Tweedegraadsvergelijkingen.
 2. Complex, H8: Toepassingen.
 3. Inductie, H1: Het somteken en inleiding volledige inductie (deel 1).
- c) College donderdag:
1. Inductie, H1: Het somteken en inleiding volledige inductie (deel 2).
 2. Inductie, H3: De binomiaalformule van Newton.

Vraagstukken week 2:

Theorie	Huiswerk/Werkcollege woensdag	Huiswerk/Werkcollege vrijdag
Complex H4	4.1, 4.2, 4.3, 4.4	
Complex H5	5.1abcd, 5.2	
Complex H6	6.1abfjk, 6.2	
Complex H7	7.1abc, 7.2ac, 7.3a	
Complex H8	8.1abef	
Inductie H1		1.1acgh, 1.2
Inductie H2		3.2abcdfg, 3.5a

Week 3

Te behandelen stof:

- a) College maandag:
1. Adams, Section 1.2: Limits of functions.
- b) College dinsdag:
1. Adams, Section 1.3: Limits at infinity and infinite limits.
 2. Adams, Section 1.4: Continuity.
- c) College donderdag:
1. Adams, Section 2.1: Tangent lines and their slopes.
 2. Adams, Section 2.2: The derivative.

Vraagstukken week 3:

Theorie	Huiswerk/Werkcollege woensdag	Huiswerk/Werkcollege vrijdag
Adams 1.2	13, 14, 17, 18, 33, 36, 57, 58, 75, 78	
Adams 1.3	6, 7, 19, 24, 29, 31, 47, 52	
Adams 1.4	1, 2, 13, 17, 29, 30	
Adams 2.1		3, 7, 8, 16, 22, 23
Adams 2.2		17, 19, 27, 31, 44

Week 4

Te behandelen stof:

a) College maandag:

1. Adams, Section 2.3: Differentiation rules.
2. Adams, Section 2.4: The chain rule.
3. Adams, Section 2.5: Derivatives of trigonometric functions.

b) College dinsdag:

1. Adams, Section 2.6: Higher-order derivatives.
2. Adams, Section 2.8: The Mean-value theorem.

c) College donderdag:

1. Adams, Section 2.9: Implicit differentiation.
2. Adams, Section 3.1: Inverse functions.

Vraagstukken week 4:

Theorie	Huiswerk/Werkcollege woensdag	Huiswerk/Werkcollege vrijdag
Adams 2.3	8, 11, 21, 23, 33, 36, 41	
Adams 2.4	7, 9, 25, 29, 30	
Adams 2.5	13, 29, 42, 45, 53, 58	
Adams 2.6	7, 11, 28	
Adams 2.8	4, 5, 6, 9, 13, 18	
Adams 2.9		3, 5, 9, 12, 15, 20
Adams 3.1		3, 11, 21, 23, 29, 34

Week 5

Te behandelen stof:

- a) College maandag:
1. Adams, Section 3.2: Exponential and logarithmic functions.
 2. Adams, Section 3.3: The natural logarithm and exponential.
 3. Adams, Section 3.4: Growth and decay (alleen stellingen 5 en 6).
- b) College dinsdag:
1. Adams, Section 3.5: The inverse trigonometric functions.
 2. Adams, Section 3.6: Hyperbolic functions.
- c) College donderdag:
1. Adams, Section 4.3: Indeterminate forms.
 2. Adams, Section 4.4: Extreme values.

Vraagstukken week 5:

Theorie	Huiswerk/Werkcollege woensdag	Huiswerk/Werkcollege vrijdag
Adams 3.2	5, 15, 25, 26, 27	
Adams 3.3	15, 17, 21, 33, 59, 62	
Adams 3.4	3, 5, 7, 8	
Adams 3.5	7, 13, 19, 23, 31, 45, 47	
Adams 3.6	2, 3, 7	
Adams 4.3		5, 9, 15, 23, 26, 28
Adams 4.4		9, 14, 21, 29, 34, 35, 43

Week 6

Te behandelen stof:

- a) College maandag:
1. Adams, Section 4.5: Concavity and Inflections.
 2. Adams, Section 4.9: Linear approximations.
- b) College dinsdag:
1. Adams, Section 4.10: Taylor Polynomials.
- c) College donderdag:
1. Adams, Section 5.1: Sums and sigma notation.
 2. Adams, Section 5.2: Areas as limits of sums.
 3. Adams, Section 5.3: The definite integral.

Vraagstukken week 6:

Theorie	Huiswerk/Werkcollege woensdag	Huiswerk/Werkcollege vrijdag
Adams 4.5	5, 13, 20, 27, 31, 34	
Adams 4.9	3, 7, 15, 17, 18	
Adams 4.10	3, 5, 9, 13, 19, 22, 25, 27	
Adams 5.1		9, 12, 18, 20, 22, 33
Adams 5.2		3, 5, 9, 16
Adams 5.3		1, 9, 11

Week 7

Te behandelen stof:

a) College maandag:

1. Adams, Section 5.4: Properties of the definite integral.
2. Adams, Section 5.5: The fundamental theorem of calculus.

b) College dinsdag:

1. Adams, Section 5.6: The method of substitution.

c) College donderdag:

1. Oud(e) tentamen(s).

Vraagstukken week 7:

Theorie	Huiswerk/Werkcollege woensdag	Huiswerk/Werkcollege vrijdag
Adams 5.4	1, 5, 7, 36	
Adams 5.5	9, 17, 25, 39, 43	
Adams 5.6	5, 6, 9, 12, 16, 25, 36, 43	

Week 8

In week 8 is er een tentamen over alle behandelde stof. Het tentamen vindt plaats op maandag 25 oktober 2010 van 08.45 - 11.30 uur. In welke zaal het tentamen zal plaatsvinden wordt later bekend gemaakt. Meld je tijdig aan via TIS!

Tentamenregels

Het gebruik van het boek, aantekeningen, formulebladen of een (grafische) rekenmachine bij het tentamen is niet toegestaan.
--

4 Vertaling van enkele termen

antiderivative	primitieve
antidifferentiate	primitiveren
approximation	benadering
bounded	begrensd
chain rule	kettingregel
composition	samenstelling/compositie
concave downward	concaaf
concave upward	convex
curve	kromme
decreasing	dalend
denominator	noemer v.e. breuk
derivative	afgeleide
difference	verschil
error	fout
fraction	breuk
fractional exponent	gebroken exponent
identity	gelijkheid
image	beeld
increasing	stijgend
increment	toename
independent	onafhankelijk
indeterminate	onbepaald
infinite	oneindig
inflection point	buigpunt
initial condition	beginvoorwaarde
initial value problem	beginwaardeprobleem
interior point	inwendig punt
intermediate value theorem	tussenwaardestelling
jump discontinuity	sprongdiscontinuïteit
left-hand limit	linkerlimiet
linear approximation	lineaire benadering
lower bound	ondergrens
lowerlimit	ondergrens v.e. integraal
mean value theorem	middelwaardestelling
neighborhood	omgeving
numerator	teller v.e. breuk
perpendicular	loodrecht
radius	straal
reciprocal	omgekeerde
removable discontinuity	ophefbare discontinuïteit
right-hand limit	rechterlimiet
secant line	koorde
sequence	rij
slant asymptote	scheve asymptoot
slope	helling
square root	vierkantswortel
squeeze law	insluitstelling
tangent line	raaklijn
upper bound	bovengrens
upperlimit	bovengrens v.e. integraal