

Tentamen Analyse BWI I 23 oktober 2003

Opgave 1 Gegeven is de dv

$$y'' + y' + \frac{1}{2}y = 0$$

- a) Bereken de algemene oplossing van deze homogene dv. Herschrijf eventueel uw antwoord zo dat alleen reeelwaardige functies in uw antwoord voorkomen.
- b) Laat zien dat de twee basisoplossingen onder a) lineair onafhankelijk zijn.
- c) Bepaal een particuliere oplossing van de inhomogene dv

$$y''(x) + y'(x) + \frac{1}{2}y(x) = x.$$

- d) Bepaal nu de algemene oplossing van de onder c) gegeven inhomogene dv.

Opgave 2

- a) Bepaal (met behulp van de tabel) de functie waarvan de Laplace getransformeerde gegeven wordt door

$$\frac{1}{(s-1)^2}$$

- b) Gegeven is de dv

$$y''(x) - y(x) = e^x$$

Los deze dv op door middel van een Laplacetransformatie onder de nevenvoorwaarden $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.

(vervolg op achterzijde met opgaven 3, 4 en 5)

Opgave 3 Geef de algemene oplossing van de D.V.

$$x_{n+1} - 3x_n + \frac{5}{4}x_{n-1} = 0.$$

Opgave 4 Bereken de convergentiestraal R van de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \left(\frac{z}{2}\right)^n$$

en van de machtreeks

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \left(\frac{z}{2}\right)^{2n+1}$$

Opgave 5 Gegeven is de functie $f : (-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ door $f(x) = 0$, voor $|x| > \epsilon$ en $f(x) = \sqrt{\frac{1}{2\epsilon}}$ voor $|x| \leq \epsilon$, met $\epsilon > 0$ een positief getal kleiner π . f wordt periodiek voortgezet buiten $(-\pi, \pi]$.

a) Bereken de Fourierreeks van f , zowel t.o.v. de functies e^{ikx} als t.o.v. de functies $\cos kx, \sin kx$.

b) Voor welke $x \in (-\pi, \pi]$ convergeert deze reeks naar $f(x)$? En zo ja, op grond van welke stelling?

1a : 10 pnt 1b : 8 pnt 1c : 7 pnt 1d : 5

2a : 4 pnt 2b : 10 pnt

Waardering: 3 : 10 pnt

4 : 12 pnt

5a : 15 pnt 5b : 9 pnt

Tentamencijfer : $1 + (\text{aantal pnt})/10$

Eindcijfer : Tentamencijfer + resultaat inleveren practicumopgaven